

Collection >>>
Mathenpoche

SÉSAMATH

Le Manuel 5^e

et ses compléments numériques

L'essentiel des
propriétés utiles aux
démonstrations

Génération 5

Sésamath Cinquième

L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

Association Sésamath

Illustrations des têtes de chapitre
<http://www.bidulz.com/index.htm>

Adaptation réalisée par Marie-Laure Besson

<http://www.sesamath.net/>

<http://manuel.sesamath.net/>

Vers Table des matières

Table des matières

Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

Démontrer qu'un point appartient à la médiatrice d'un segment

Démontrer que deux droites sont parallèles

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

Démontrer qu'un triangle est rectangle

Démontrer qu'un triangle est isocèle

Démontrer qu'un triangle est équilatéral

Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Démontrer qu'un quadrilatère est un losange

Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle

Démontrer qu'un quadrilatère est un carré

Déterminer la longueur d'un segment

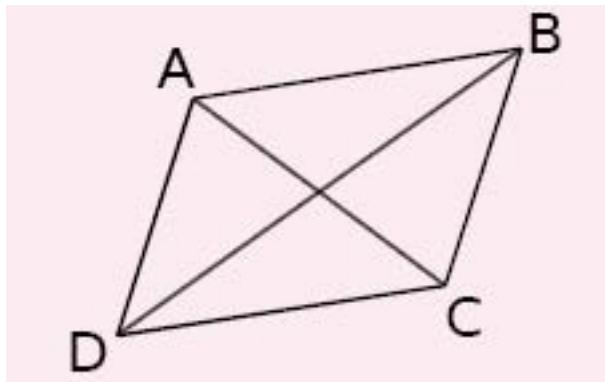
Déterminer la mesure d'un angle



**Démontrer qu'un point est le milieu
d'un segment**

Propriété 1

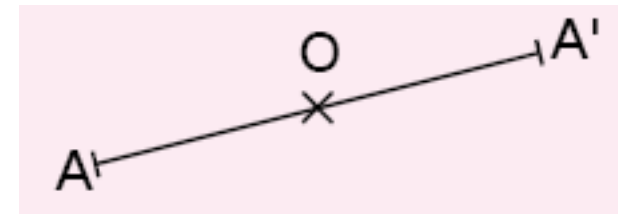
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.



ABCD est un parallélogramme
donc [AC] et [BD] se coupent en leur milieu.

Propriété 2

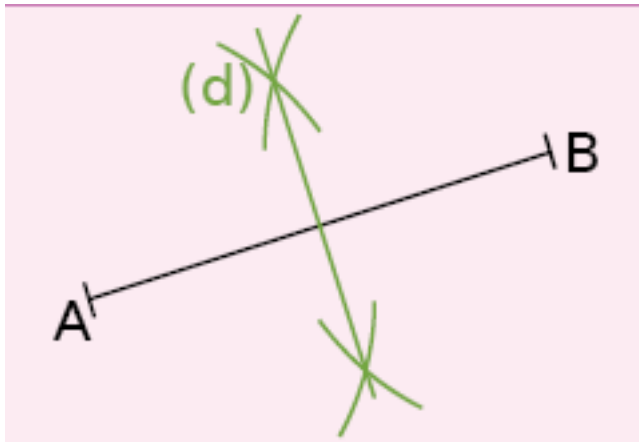
Si A et A' sont symétriques par rapport à O alors O est le milieu du segment [AA'].



A et A' sont symétriques par rapport au point O
donc O est le milieu de [AA'].

Propriété 3

Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle coupe le segment perpendiculairement en son milieu.

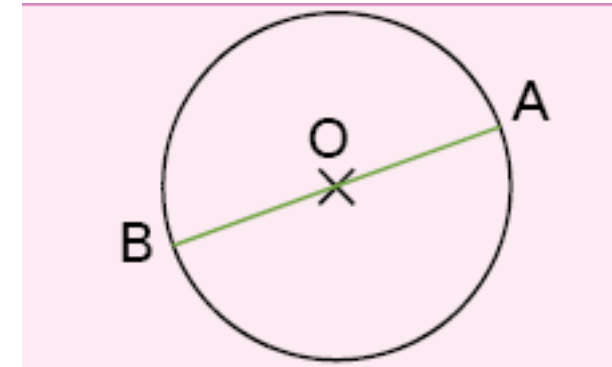


(d) est la médiatrice du segment $[AB]$
donc (d) coupe le segment $[AB]$ en son milieu.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 4

Si un segment est un diamètre d'un cercle alors le centre du cercle est le milieu de ce segment.



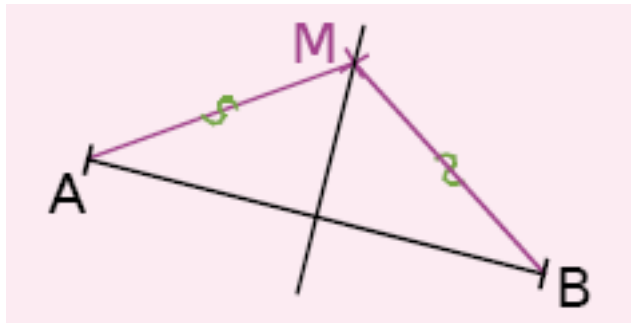
$[AB]$ est un diamètre d'un cercle de centre O
donc O est le milieu de $[AB]$.



**Démontrer qu'un point appartient à la
médiatrice d'un segment**

Propriété 5

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.



$$MA = MB$$

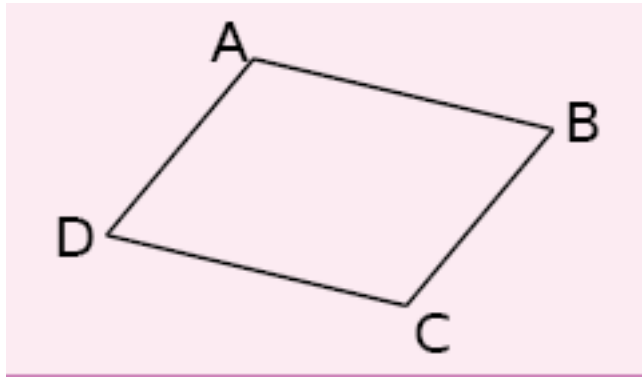
donc M appartient à la médiatrice de [AB].



**Démontrer que deux droites sont
parallèles**

Propriété 6

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.

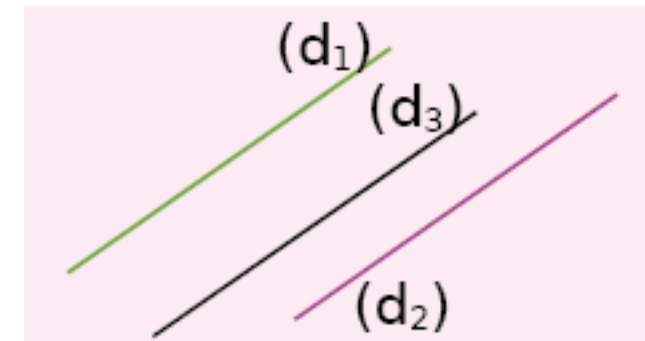


ABCD est un parallélogramme
donc $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 7

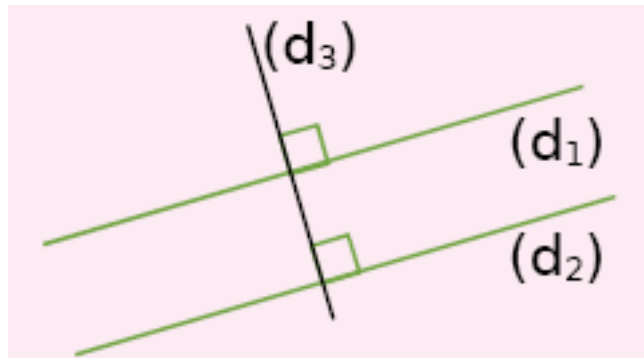
Si deux droites sont parallèles à une troisième droite alors les trois droites sont parallèles.



$(d1) \parallel (d3)$ et $(d2) \parallel (d3)$
donc $(d1) \parallel (d2)$.

Propriété 8

Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.



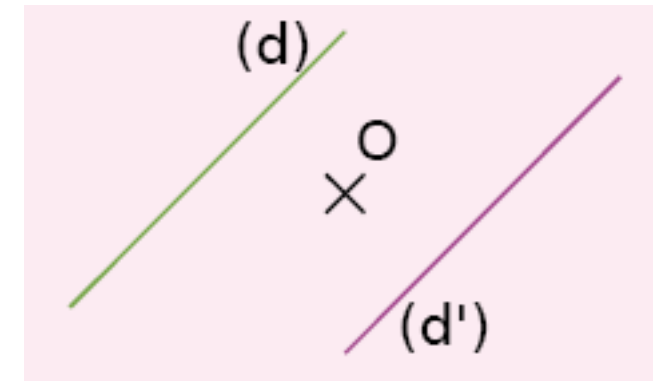
$(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$

donc $(d_1) \parallel (d_2)$.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 9

Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.

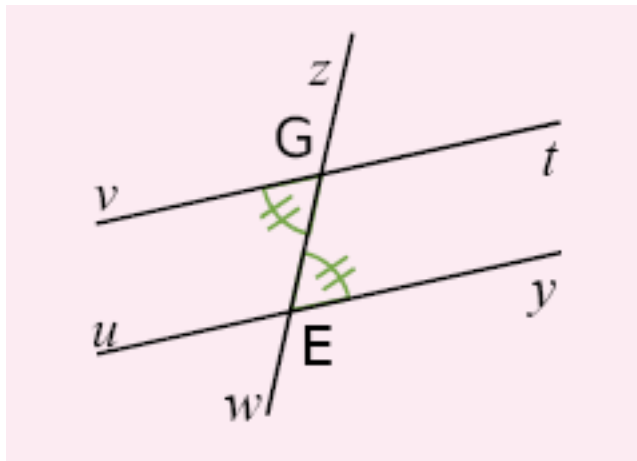


Les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport au point O

donc $(d) \parallel (d')$.

Propriété 10

Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.



Les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw)

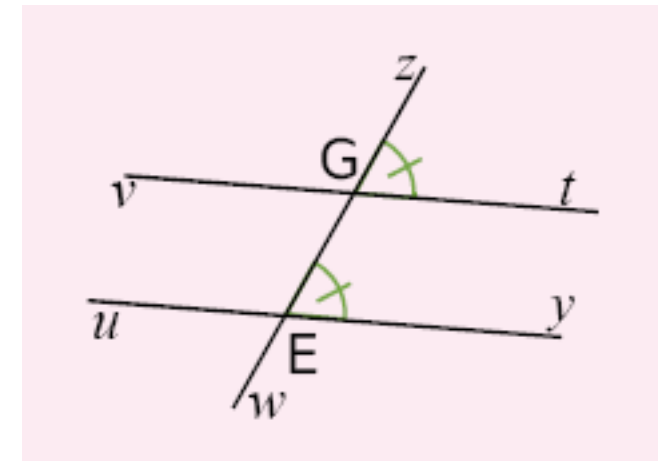
\widehat{vGw} et \widehat{zEy} sont alternes-internes et de même mesure

donc $(vt) \parallel (uy)$.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 11

Si deux angles correspondants sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.



Les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw)

\widehat{zGt} et \widehat{zEy} sont correspondants et de même mesure

donc $(vt) \parallel (uy)$.

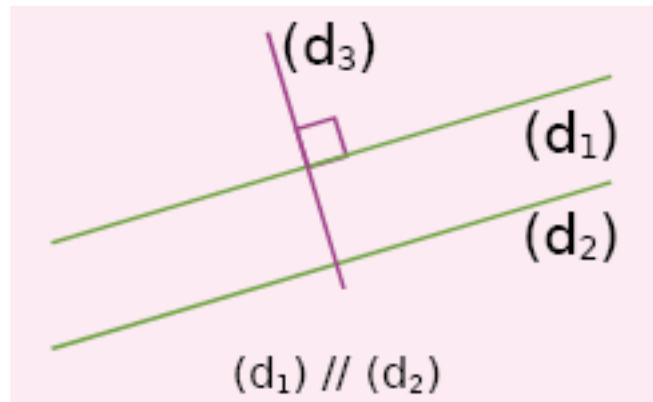
[Vers Table des matières](#)



**Démontrer que deux droites sont
perpendiculaires**

Propriété 12

Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.



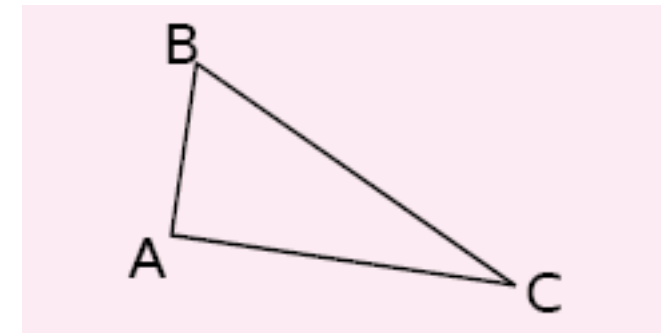
$(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_1) // (d_2)$

donc $(d_2) \perp (d_3)$.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 13

Si un triangle est rectangle alors les côtés de l'angle droit sont perpendiculaires.

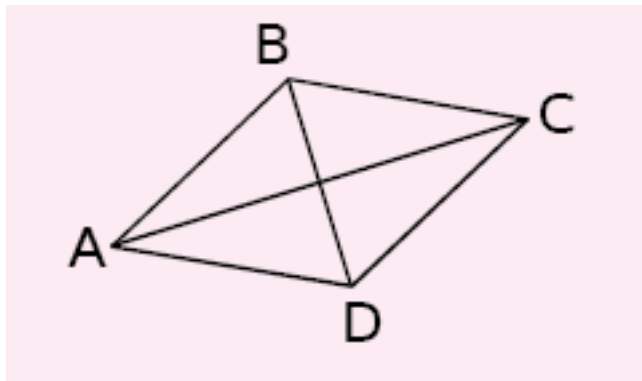


Le triangle ABC est rectangle en A

donc $(AB) \perp (AC)$.

Propriété 14

Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.



ABCD est un losange

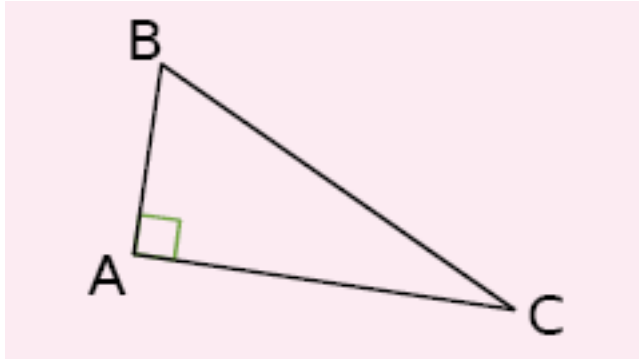
donc $(AC) \perp (BD)$.



**Démontrer qu'un triangle est
rectangle**

Propriété 15

Si un triangle possède un angle droit
alors il est rectangle.



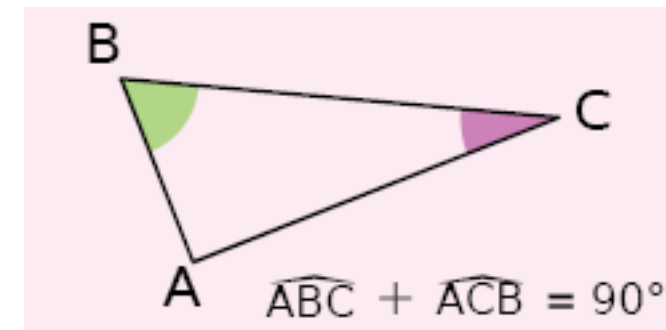
$$\widehat{BAC} = 90^\circ$$

donc le triangle ABC est rectangle en A.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 16

Si un triangle a deux angles complémentaires
alors il est rectangle.



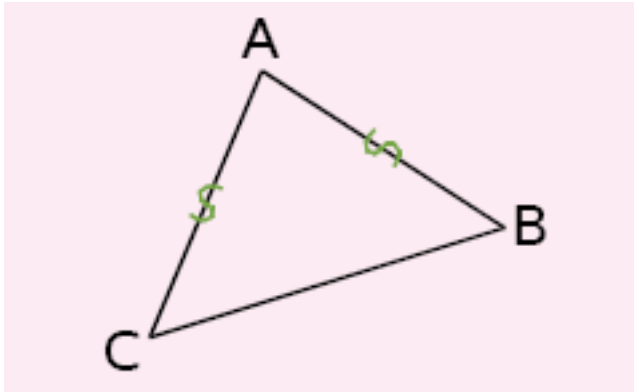
Les angles \widehat{BAC} et \widehat{ACB} sont complémentaires
donc ABC est un triangle rectangle en A.



Démontrer qu'un triangle est isocèle

Propriété 17

Si un triangle a deux côtés de la même longueur alors il est isocèle.



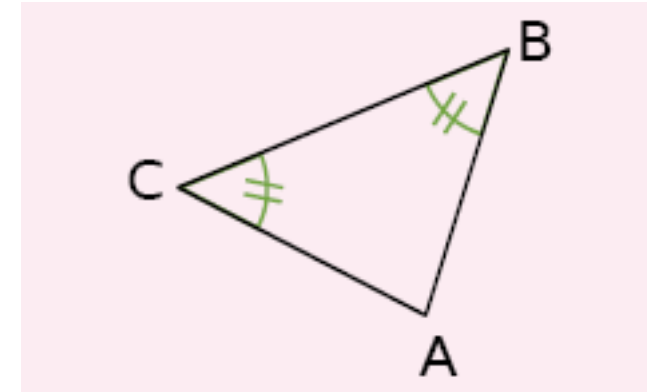
$$AB = AC$$

donc ABC est isocèle en A.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 18

Si un triangle a deux angles de la même mesure alors il est isocèle.



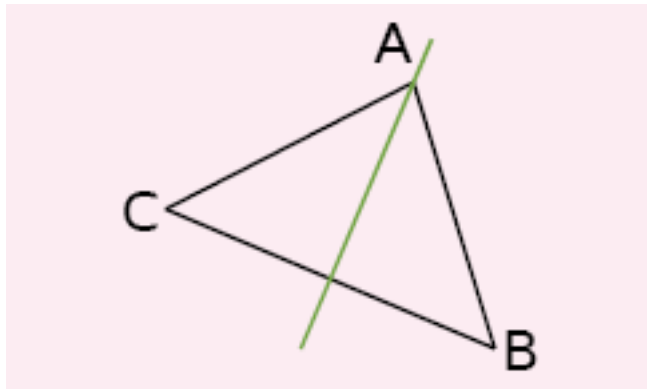
$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

Donc ABC est isocèle en A.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 19

Si un triangle admet un axe de symétrie alors il est isocèle.



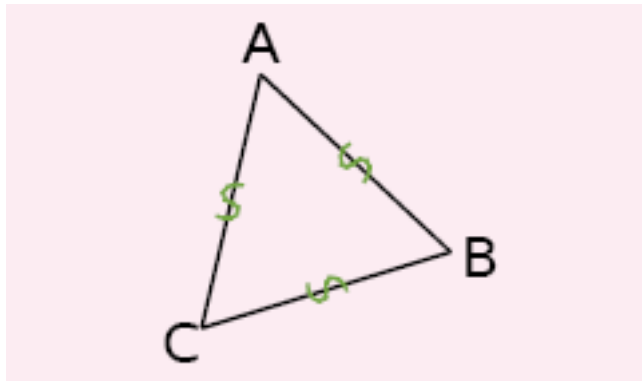
(d) est un axe de symétrie du triangle ABC
donc ABC est isocèle en A.



**Démontrer qu'un triangle est
équilatéral**

Propriété 20

Si un triangle a ses trois côtés de la même longueur alors il est équilatéral.



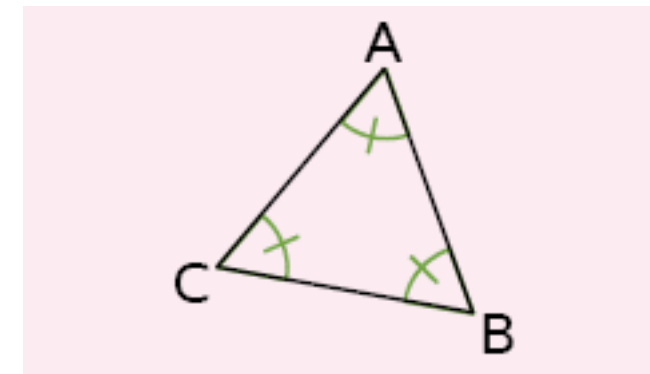
$$AB = BC = CA$$

donc ABC est un triangle équilatéral.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 21

Si un triangle a ses trois angles de la même mesure alors il est équilatéral.

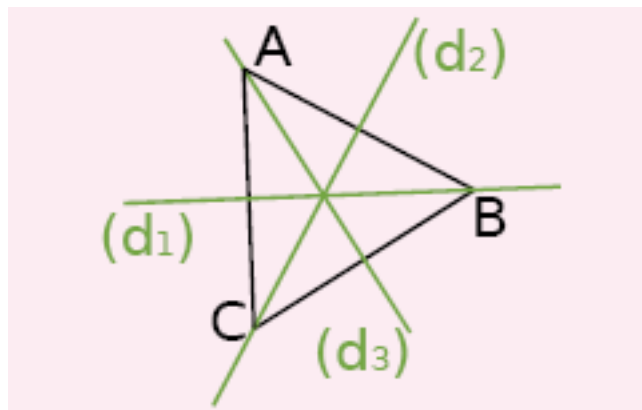


$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$$

donc ABC est un triangle équilatéral.

Propriété 22

Si un triangle admet trois axes de symétrie alors il est équilatéral.



(d1), (d2) et (d3) sont 3 axes de symétrie du triangle ABC

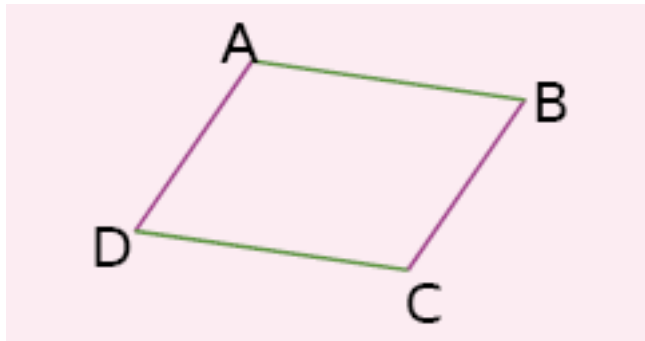
Donc ABC est un triangle équilatéral.



Démontrer qu'un quadrilatère est un
parallélogramme

Propriété 23

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.



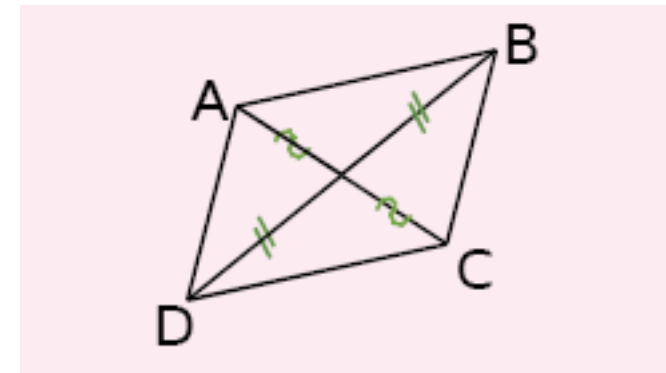
$(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$

donc ABCD est un parallélogramme.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 24

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

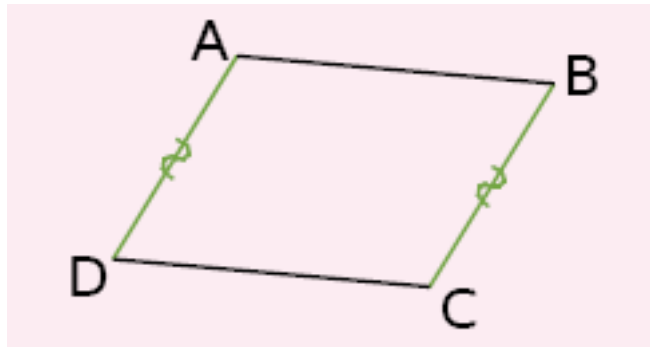


$[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu

donc ABCD est un parallélogramme.

Propriété 25

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.

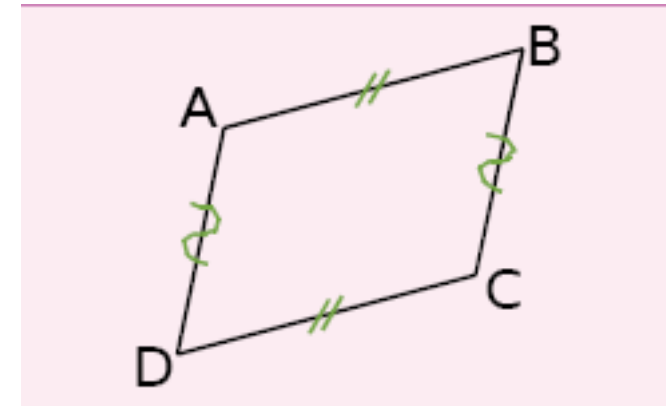


$(AD) \parallel (BC)$, $AD = BC$ et ABCD est non croisé
donc ABCD est un parallélogramme.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 26

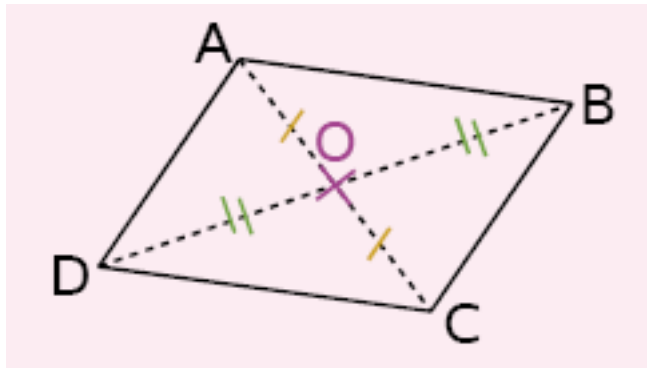
Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.



$AB = CD$, $AD = BC$ et ABCD est non croisé
donc ABCD est un parallélogramme.

Propriété 27

Si un quadrilatère non croisé a un centre de symétrie alors c'est un parallélogramme.



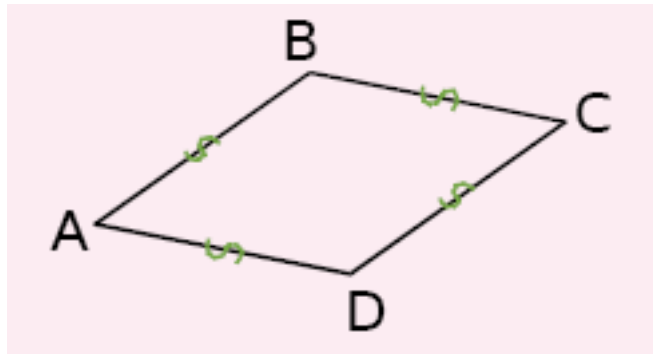
O est le centre de symétrie de ABCD
donc ABCD est un parallélogramme.



**Démontrer qu'un quadrilatère est un
losange**

Propriété 28

Si un quadrilatère a ses quatre côtés de la même longueur alors c'est un losange.



ABCD est tel que :

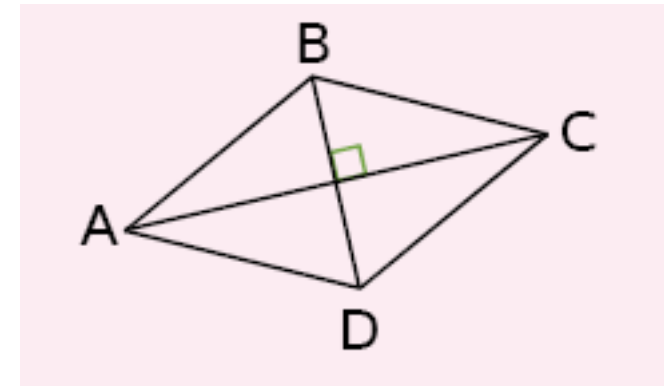
$$AB = BC = CD = DA$$

donc ABCD est un losange.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 29

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

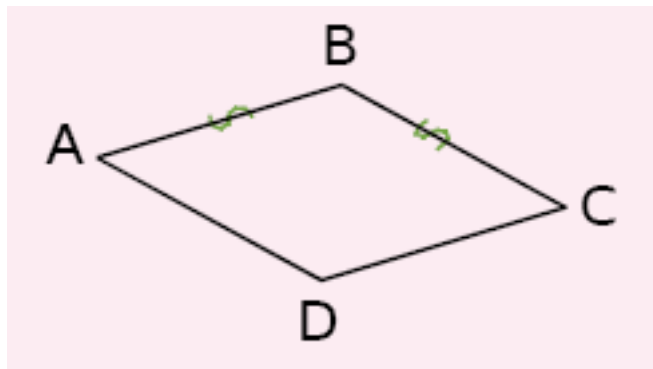


ABCD est un parallélogramme et $(AC) \perp (BD)$

donc ABCD est un losange.

Propriété 30

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur alors c'est un losange.



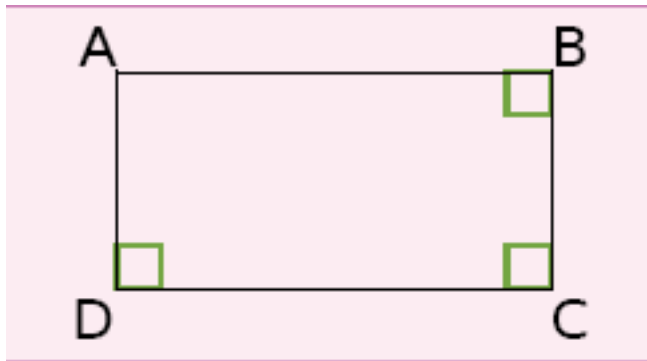
ABCD est un parallélogramme et $AB = BC$
donc ABCD est un losange.



**Démontrer qu'un quadrilatère est un
rectangle**

Propriété 31

Si un quadrilatère possède trois angles droits alors c'est un rectangle.

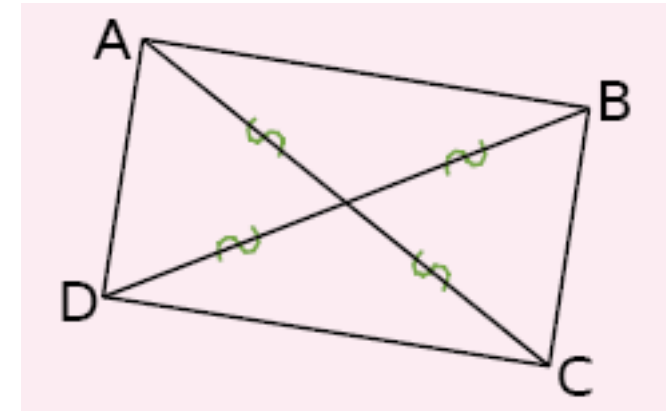


ABCD possède trois angles droits
Donc ABCD est un rectangle.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 32

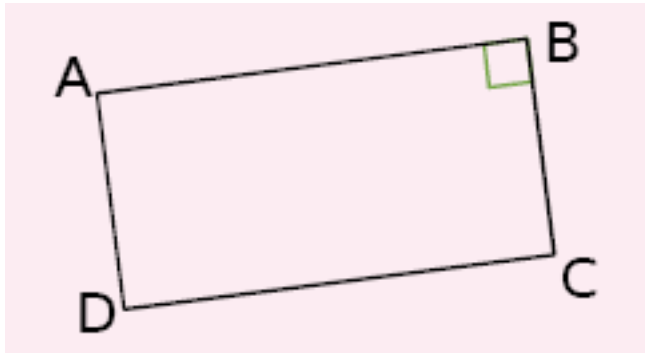
Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur alors c'est un rectangle.



ABCD est un parallélogramme et $AC = BD$
donc ABCD est un rectangle.

Propriété 33

Si un parallélogramme possède un angle droit alors c'est un rectangle.



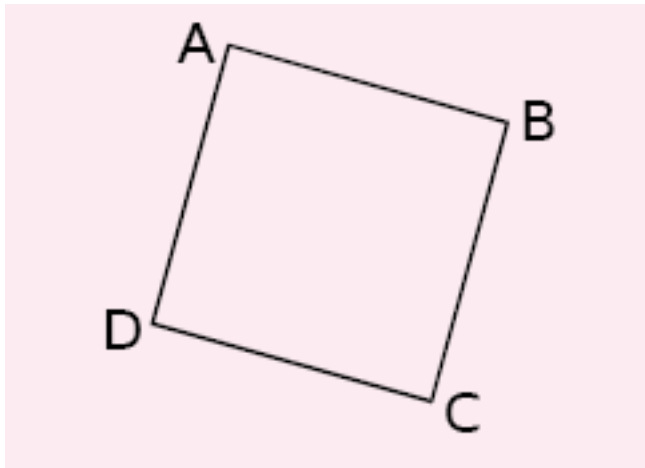
ABCD est un parallélogramme et $(AB) \perp (BC)$
donc ABCD est un rectangle.



**Démontrer qu'un quadrilatère est un
carré**

Propriété 34

Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange alors c'est un carré.



ABCD est à la fois un losange et un rectangle
donc ABCD est un carré.

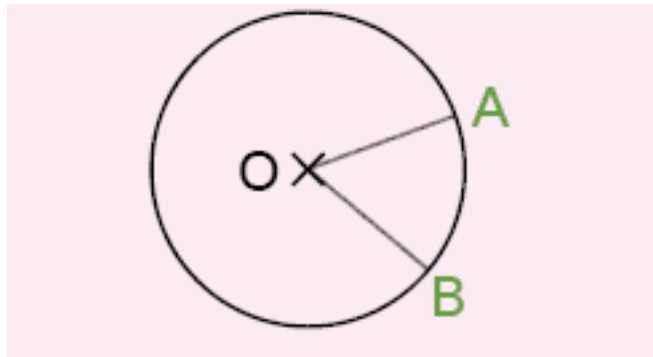


Déterminer la longueur d'un segment

Vers Table des matières

Propriété 35

Si deux points appartiennent à un cercle alors ils sont équidistants du centre de ce cercle.

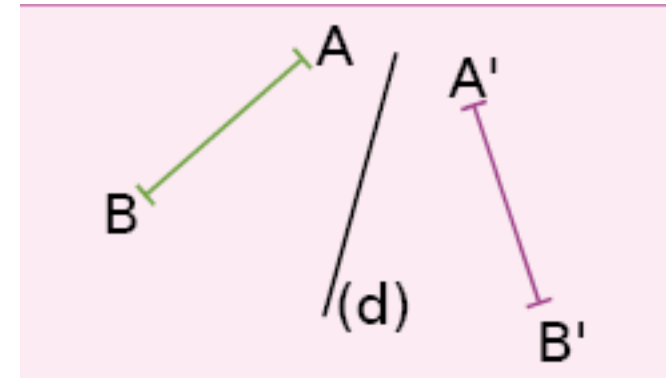


A et B appartiennent au cercle de centre O
donc $OA = OB$.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 36

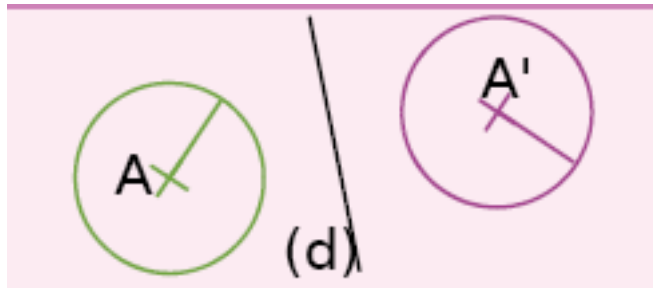
Si deux segments sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même longueur.



Les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont symétriques
par rapport à la droite (d)
donc $AB = A'B'$.

Propriété 37

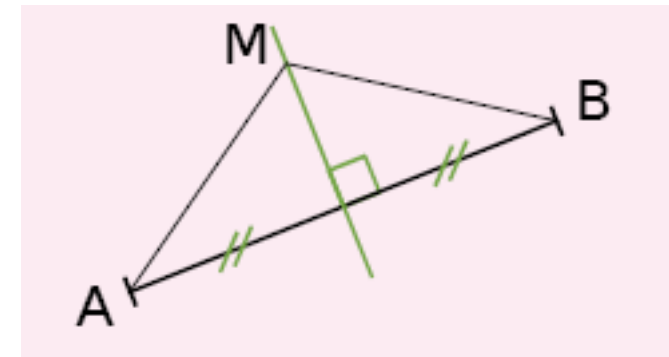
Si deux cercles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont le même rayon.



Les cercles de centre A et A' sont symétriques par rapport à (d) donc ils ont le même rayon.

Propriété 38

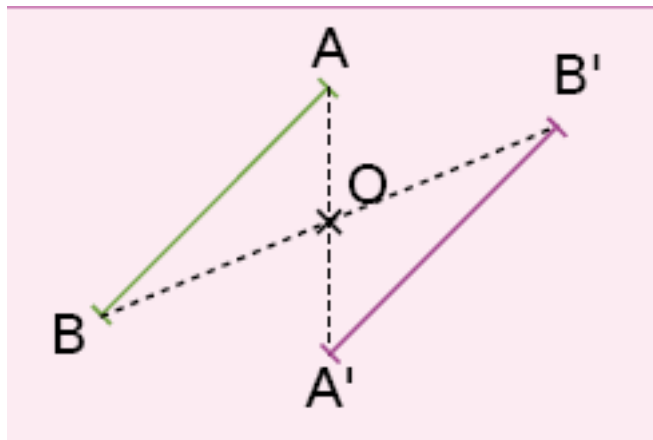
Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.



M appartient à la médiatrice de [AB] donc $MA = MB$.

Propriété 39

Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même longueur.

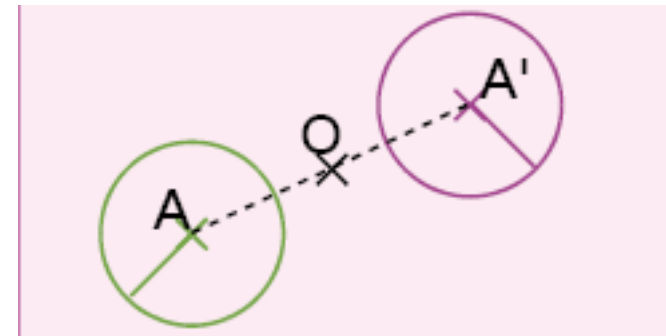


Les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont symétriques par rapport au point O
donc $AB = A'B'$.

[Vers Table des matières](#)

Propriété 40

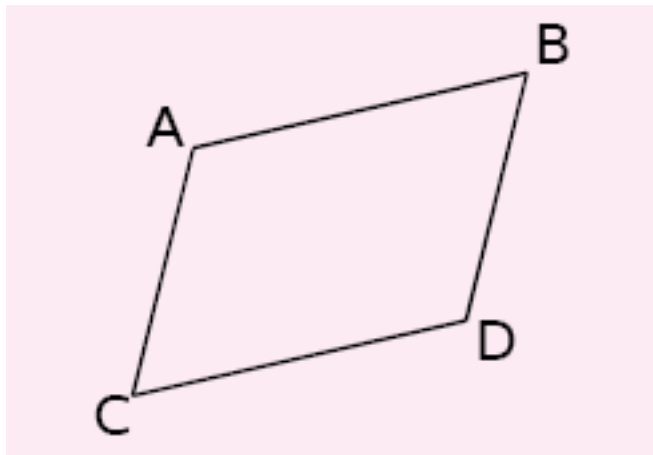
Si deux cercles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont le même rayon.



Les cercles de centre A et A' sont symétriques par rapport au point O
donc ils ont le même rayon.

Propriété 41

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.



ABCD est un parallélogramme

donc $AB = CD$ et $AC = BD$.

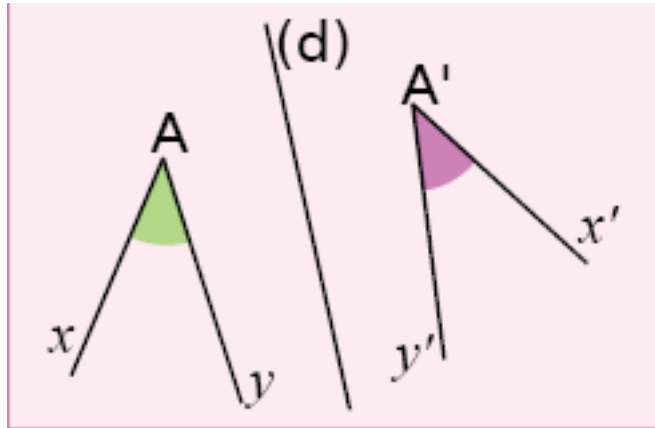


Déterminer la mesure d'un angle

Vers Table des matières

Propriété 42

Si deux angles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même mesure.



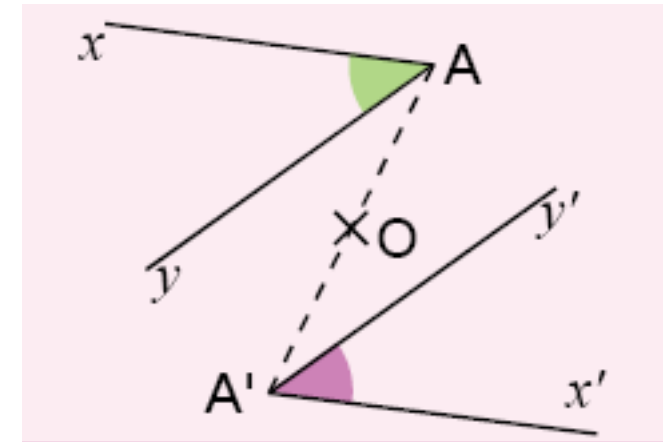
\widehat{xAy} et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport à la droite (d) alors ils ont la même mesure.

$$\text{donc } \widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$$

[Vers Table des matières](#)

Propriété 43

Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même mesure.

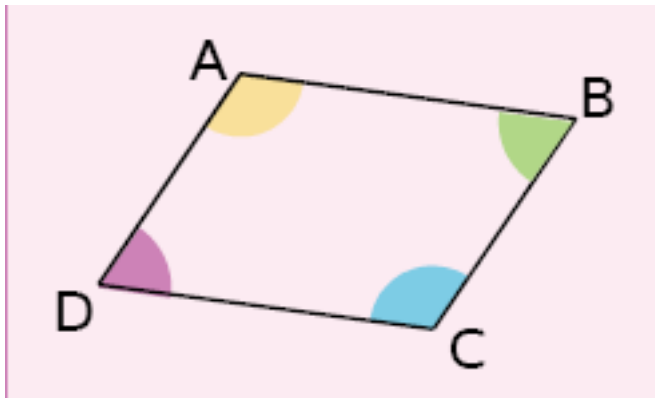


\widehat{xAy} et $\widehat{x'A'y'}$ et sont symétriques par rapport au point O

$$\text{donc } \widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$$

Propriété 44

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont la même mesure.

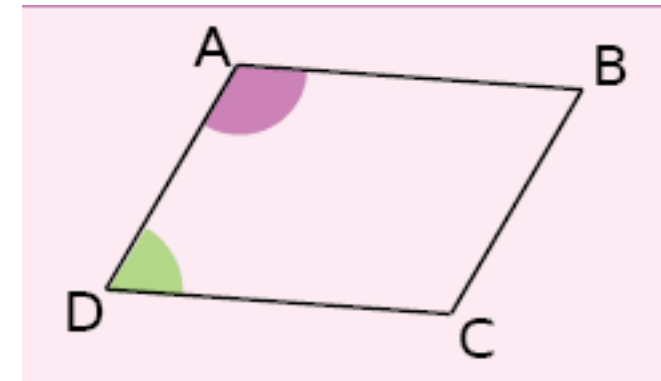


ABCD est un parallélogramme

donc $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$

Propriété 45

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors deux angles consécutifs sont supplémentaires.

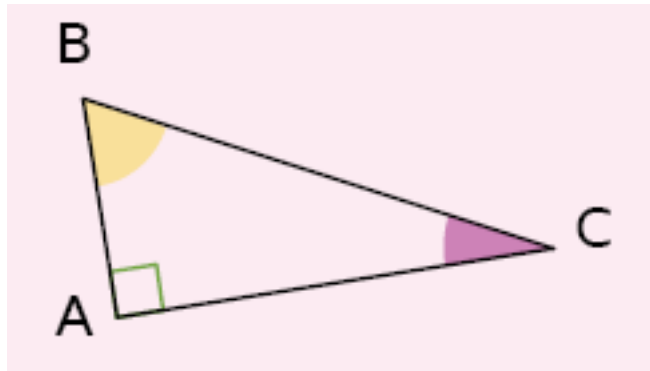


ABCD est un parallélogramme

donc $\widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 180^\circ$.

Propriété 46

Si un triangle est rectangle alors ses angles aigus sont complémentaires.



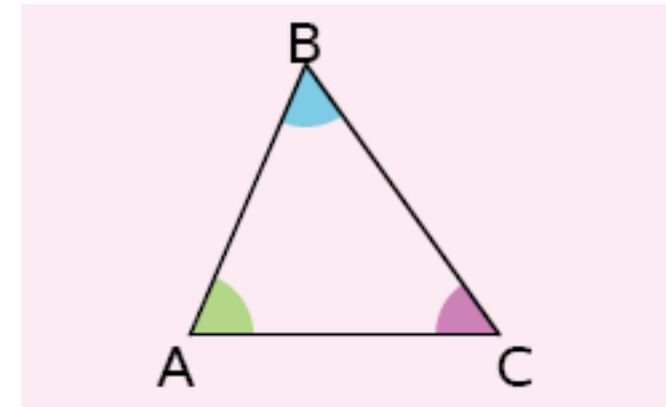
ABC est un triangle rectangle en A

$$\text{donc } \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$$

[Vers Table des matières](#)

Propriété 47

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180° .

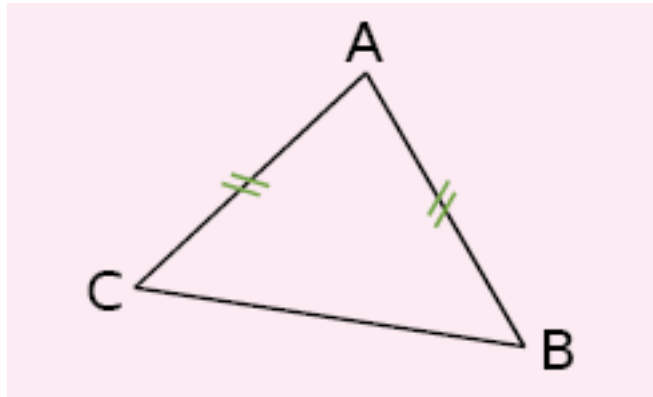


Dans le triangle ABC,

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ.$$

Propriété 48

Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base ont la même mesure.



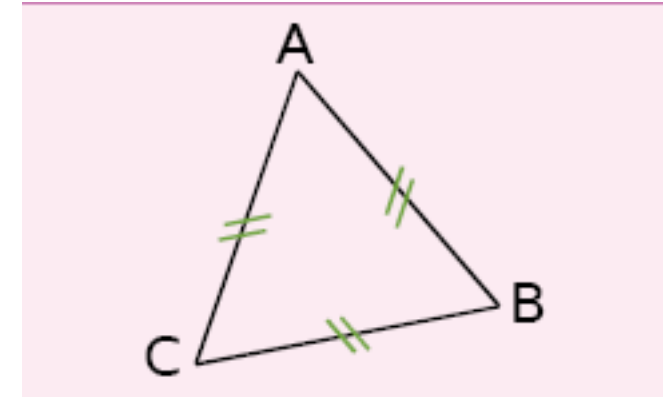
ABC est un triangle isocèle en A

$$\text{donc } \widehat{ABC} = \widehat{ACB} .$$

[Vers Table des matières](#)

Propriété 49

Si un triangle est équilatéral alors ses angles mesurent 60° .

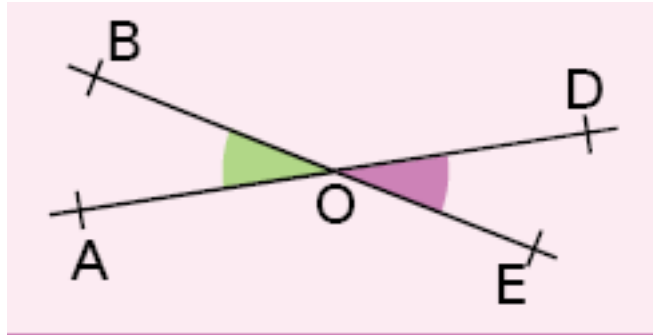


ABC est un triangle équilatéral

$$\text{donc } \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ .$$

Propriété 50

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.



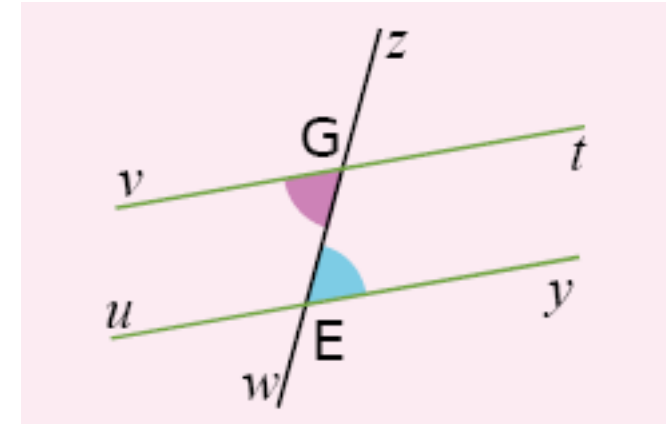
Les angles \widehat{AOB} et \widehat{DOE} sont opposés par le sommet

$$\text{Donc } \widehat{AOB} = \widehat{DOE}$$

[Vers Table des matières](#)

Propriété 51

Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.

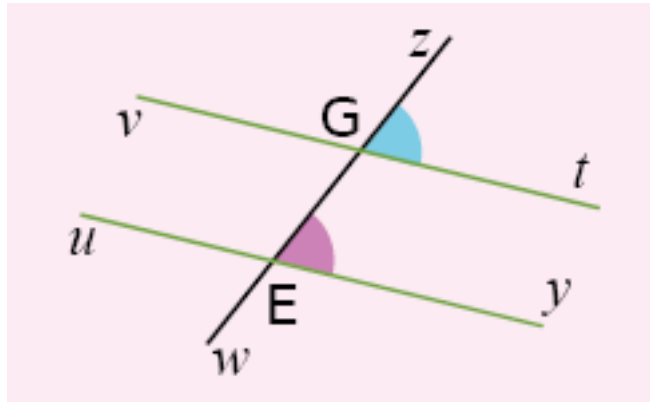


$(vt) \parallel (uy)$

$$\text{donc } \widehat{vGw} = \widehat{zEy}$$

Propriété 52

Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.



$(vt) \parallel (uy)$

donc $\widehat{zGt} = \widehat{zEy}$

[Vers Table des matières](#)

Propriété 53

Si une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.



$[Oz)$ est la bissectrice de l'angle \widehat{xOy}

donc $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$