

Résolution d'un système d'équations

Contenu

Présentation du projet	1
Préparation de la zone de travail	2
Création des coefficients des équations	3
Calculs dans la vue Calcul formel	6
Affichage des résultats dans la vue Graphique 2	11
Finalisation du projet.....	12
Améliorer le projet	13

Présentation du projet

Nous voulons résoudre un système d'équations de la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

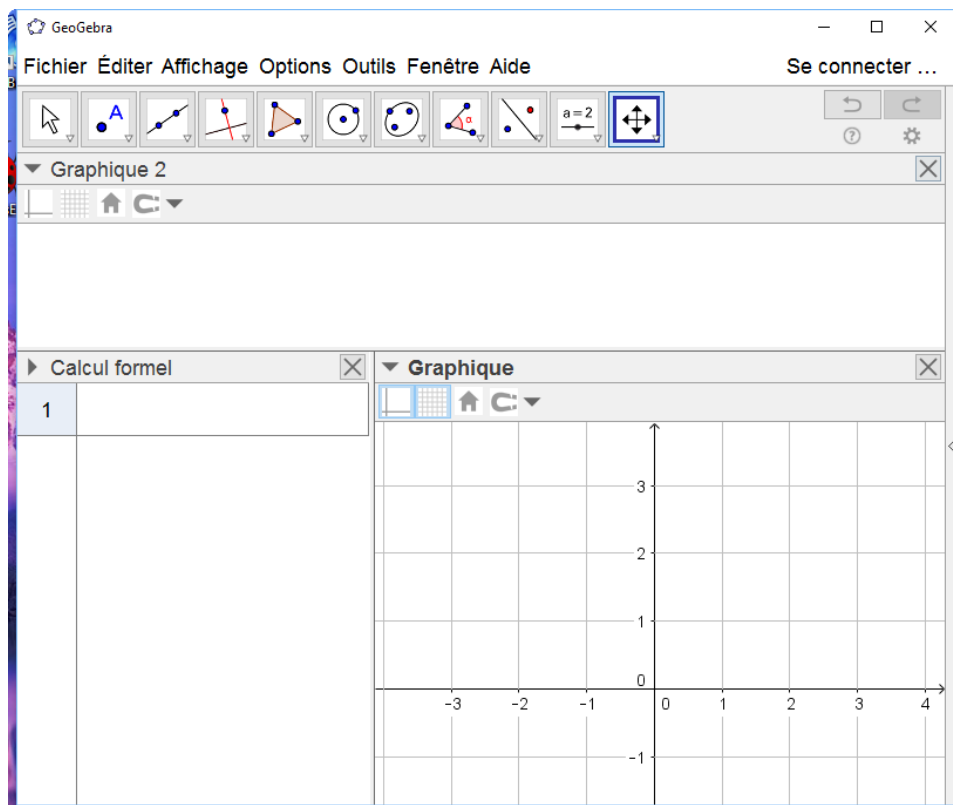
et montrer la solution graphiquement.

Dans GeoGebra, un objet créé dans une vue est accessible dans les autres vues et les modifications effectuées sur celui-ci sont automatiquement répercutées dans toutes les vues.

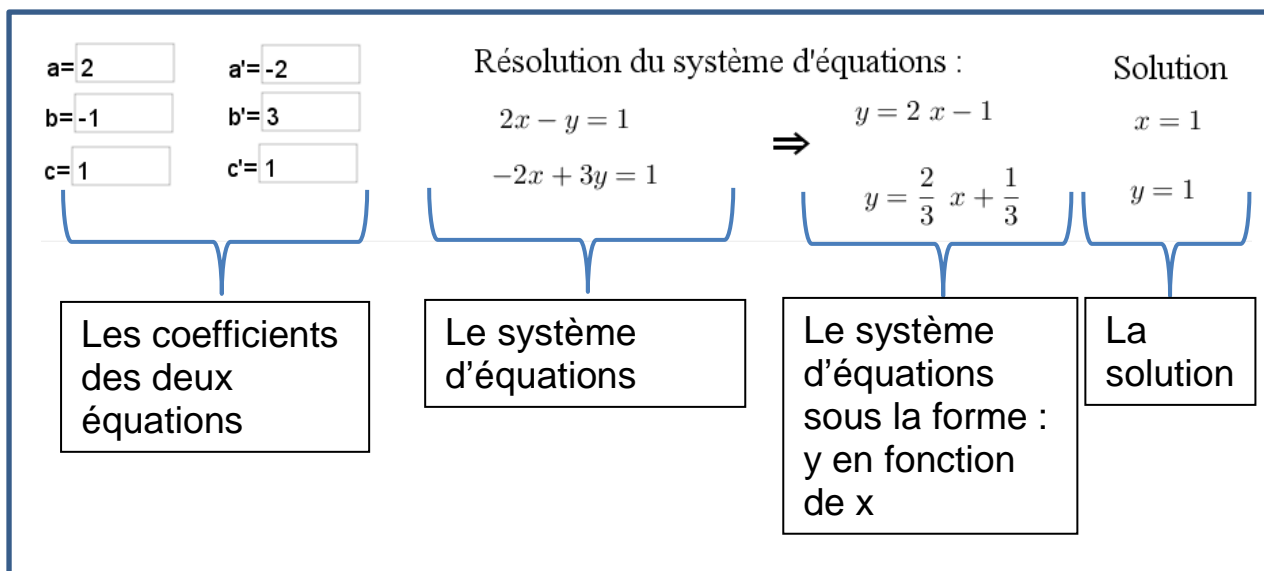
Un objet créé dans les vues Algèbre, Graphique(s) (2D ou 3D) ou Tableur est accessible dans la vue Calcul formel et, réciproquement, un objet créé dans la vue Calcul formel peut être exploité, modifié et/ou affiché dans l'une des autres vues.

Préparation de la zone de travail

- Au démarrage de GeoGebra, la vue Graphique est en général affichée. Par le menu « Affichage », afficher les vues « Graphique 2 » et « Calcul formel ».
- Dans la vue Graphique, afficher le repère ainsi que la grille.
- Placer la vue « Graphique 2 » au-dessus des deux autres.
- Enlever les axes dans la vue « Graphique 2 ».



- La vue Graphique 2 va contenir tous les affichages.

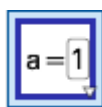


Création des coefficients des équations

- Dans la vue « Calcul formel » créer 6 nombres en entrant dans les 6 premières lignes : $a := 1$, $b := 1$, $c := 1$, $a' := 1$, $b' := 1$ et $c' := 1$

Utiliser « := » et pas « = » pour créer les nombres. Le « := » créer un nombre, lui donne un nom et une valeur.

- Cliquer sur le cadre de la vue « Graphique 2 », choisir l'outil

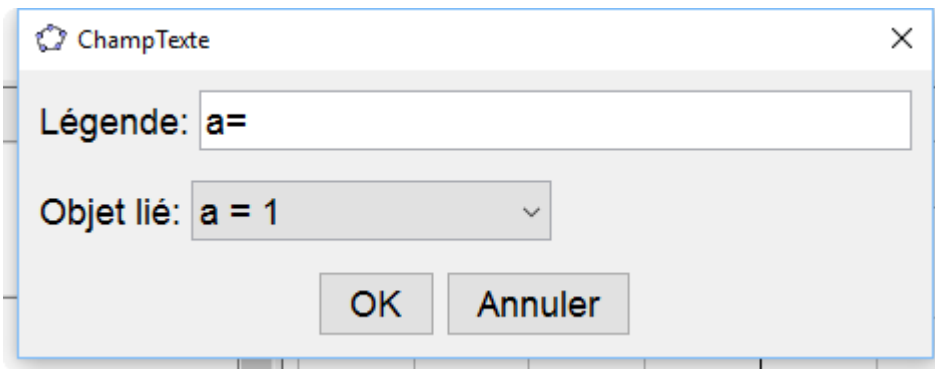


« Champ Texte » et cliquer dans la vue « Graphique 2 ».

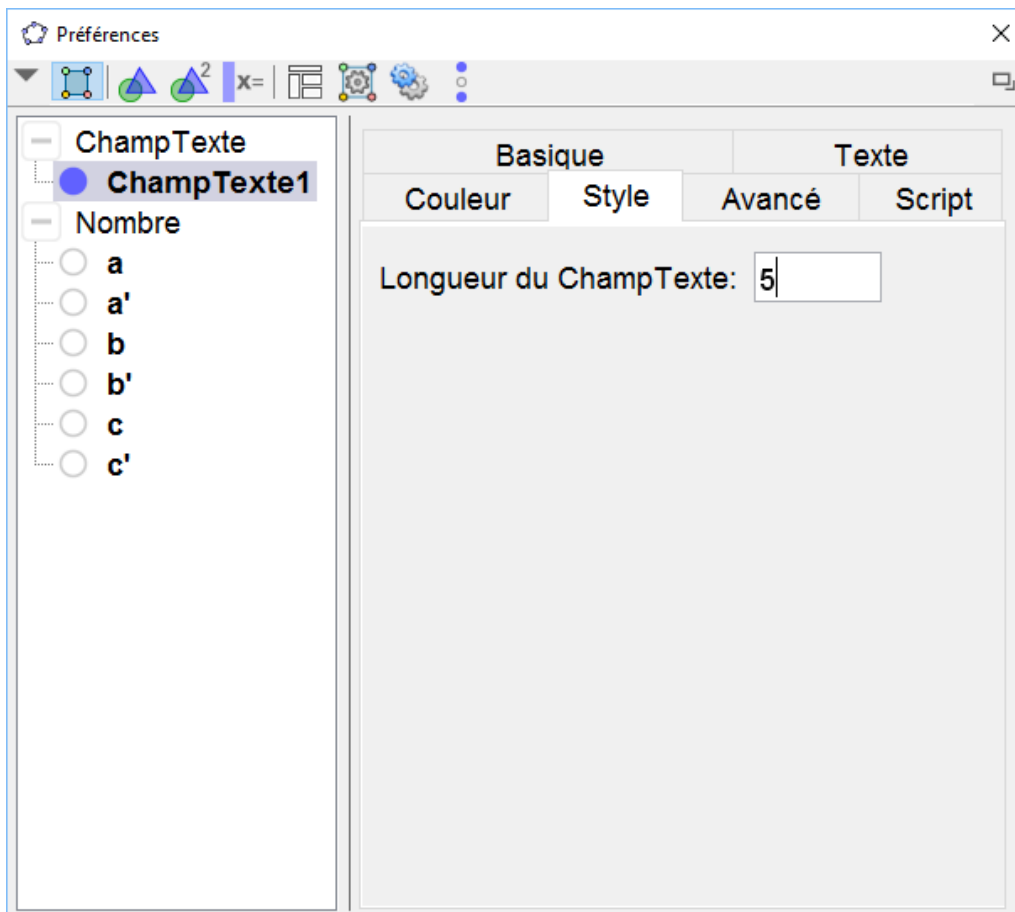
La fenêtre « Champ Texte » s'ouvre.

- Entrer dans le champ « Légende » a=

Choisir l'objet lié « a = 1 »



- Ouvrir la fenêtre des propriétés et dans l'onglet « Style » du champ texte créé, mettre la longueur du champ à 5 caractères.



- Répéter cette opération pour les 5 autres coefficients.
- Si vous changez la valeur des coefficients dans les champs « texte » de la vue Graphique 2, cette valeur change aussi dans la vue Calcul formel.

GeoGebra

Fichier Éditer Affichage Options Outils Fenêtre Aide Se connecter ...

Graphique 2

Calcul formel Graphique

1	a := 2	<input checked="" type="radio"/>	→ a := 2
2	b := 3	<input type="radio"/>	→ b := 3
3	c := 1	<input type="radio"/>	→ c := 1
4	a' := 1	<input type="radio"/>	→ a' := 1
5	b' := 1	<input type="radio"/>	→ b' := 1

Calculs dans la vue Calcul formel

Nous allons réaliser tous les calculs nécessaires à la résolution du système d'équations, dans la vue Calcul formel.

- Cliquer sur le cadre de la vue Graphique pour sélectionner cette vue.
- Dans la ligne 7 de la vue « Calcul formel », entrer :

$$d1 := a * x + b * y = c$$

- Dans la ligne 8 de la vue « Calcul formel », entrer :

$$d2 := a' * x + b' * y = c'$$

Les coefficients a, b, c, a', b', c' sont remplacés par leur valeur dans les équations.

7	d1:=a*x+b*y=c
<input type="radio"/>	→ d1 : 2 x + 3 y = 1
8	d2:=a'*x+b'*y=c'
<input checked="" type="radio"/>	→ d2 : x + y = 1

- Si les droites d1 et d2 ne se sont pas affichées dans la vue graphique, cliquer sur les ronds en face des équations de ces deux droites.

Changer la couleur des droites.

SystemeEquations.ggb

Fichier Éditer Affichage Options Outils Fenêtre Aide Se connecter ...

= ≈ ✓ 15 3.5 (()) 7 x = x ≈ f'

Graphique 2

a=2 a'=1
 b=3 b'=1
 c=1 c'=1

Calcul formel

5	b' := 1
<input type="radio"/>	→ b' := 1
6	c' := 1
<input type="radio"/>	→ c' := 1
7	d1:=a*x+b*y=c
<input checked="" type="radio"/>	→ d1 : 2x + 3y = 1
8	d2:=a'*x+b'*y=c'
<input checked="" type="radio"/>	→ d2 : x + y = 1

Graphique

- Nous voulons obtenir une équation de la forme

$$y = mx + p$$

Nous tapons alors sur les lignes 9 et 10 de la vue « Calcul formel »

Résoudre[d1,y] et **Résoudre[d2,y]**

9	Résoudre[d1,y]
<input type="radio"/>	$\rightarrow \left\{ y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \right\}$
10	Résoudre[d2, y]
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{y = -x + 1\}$

Nous obtenons bien les équations sous la forme $y = mx + p$

- GeoGebra fournit le résultat dans une liste. Il ne reste plus qu'à extraire le seul élément de chacune des deux listes.

Taper sur les lignes 11 et 12 de la vue Calcul formel :

Elément[\$9,1] et **Elément[\$10,1]**.

\$9 et \$10 désignent les lignes contenant la liste dont on veut extraire un élément.

1 désigne la position de l'élément à extraire, dans la liste.

11	Elément[\$9,1]
<input type="radio"/>	$\rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$
12	Elément[\$10,1]
<input type="radio"/>	$\rightarrow y = -x + 1$

- La solution du système d'équations si elle existe :

Dans la ligne 13, taper : `Résoudre[{d1,d2},{x,y}]`

Wiki GeoGebra

`Résoudre[<Liste Équations>, <Liste Variables>]`

Résout un ensemble d'équations d'un ensemble de variables et retourne une liste de toutes les solutions.

Exemple :

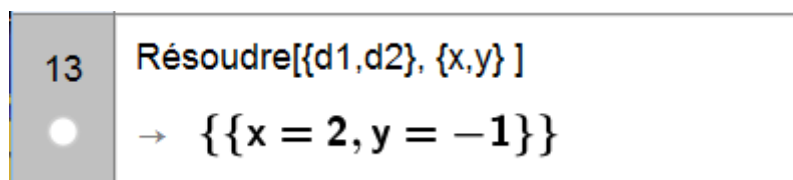
`Résoudre[{x = 4 x + y , y + x = 2}, {x, y}]` retourne `{x=-1, y=3}` l'unique solution du système d'équations

$$\begin{cases} x = 4x + y \\ y + x = 2 \end{cases}$$

`Résoudre[{2a^2+5a+3=b, a+b=3},{a,b}]` retourne

`{{a = 0, b = 3}, {a = -3, b = 6}}`, les deux solutions du système d'équation

$$\begin{cases} 2a^2 + 5a + 3 = b \\ a + b = 3 \end{cases}$$



Le résultat est donc fourni dans **une liste, contenant les listes des solutions.**

- Pour obtenir la valeur x de la solution, il faut extraire le premier élément de la liste fournie sur la ligne 13 (c'est une liste), puis le premier de cette liste.

- Dans la ligne 14, taper : **Eléments[\$13,1,1]**

\$13 désigne la ligne contenant la liste dont on veut extraire un élément.

1,1 désigne l'élément 1, de la liste qui est elle-même l'élément 1 de la liste réponse.




- Dans la ligne 15, taper : **Eléments[\$13,1,2]**

\$13 désigne la ligne contenant la matrice dont on veut extraire un élément.

1,2 désigne l'élément 2, de la liste qui est elle-même l'élément 1 de la liste réponse.

13	Résoudre[{d1,d2}, {x,y}] → $\{\{x = 2, y = -1\}\}$
14	Elément[\$13,1,1] → $x = 2$
15	Elément[\$13,1,2] → $y = -1$

Affichage des résultats dans la vue Graphique 2

- Tirer l'équation contenue dans la ligne 7 de la vue Calcul formel jusque dans la vue Graphique2.
- Tirer l'équation contenue dans la ligne 8 de la vue Calcul formel jusque dans la vue Graphique2.
- Tirer l'équation contenue dans la ligne 11 de la vue Calcul formel jusque dans la vue Graphique2.
- Tirer l'équation contenue dans la ligne 12 de la vue Calcul formel jusque dans la vue Graphique2.
- Tirer la solution, contenue dans les lignes 14 et 15 de la vue Calcul formel jusque dans la vue Graphique2.
- Avec l'outil « Texte »  entrer le texte « Résolution du système d'équations » au-dessus des deux équations.
- Avec l'outil « Texte »  entrer le texte « Solution » au-dessus de la solution.
- Avec l'outil « Texte »  entrer le texte « \Rightarrow » entre des deux systèmes d'équations.
- Afficher le nom des droites.
- Placer le point S, intersection des deux droites et afficher son nom et sa valeur.

SystemeEquations1.ggb

Fichier Éditer Affichage Options Outils Fenêtre Aide Se connecter ...

Graphique 2

Résolution du système d'équations :

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 1 \\ x + y = 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \\ y = -x + 1 \end{array}$$

Solution

$$\begin{array}{l} x = 2 \\ y = -1 \end{array}$$

Calcul formel

→ $\{y = -x + 1\}$

11 Élément[\$9,1]

→ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

12 Élément[\$10,1]

→ $y = -x + 1$

13 Résoudre[{d1,d2}, {x,y}]

→ $\{\{x = 2, y = -1\}\}$

14 Élément[\$13,1,1]

→ $x = 2$

15 Élément[\$13,1,2]

→ $y = -1$

Graphique

Finalisation du projet

- Fermer la vue Calcul formel.
- Modifier la valeur des coefficients

Améliorer le projet

- Si b ou b' valent 0, il faut afficher les équations du deuxième système, non plus sous la forme $y = mx + p$ mais sous la forme:

$$x = \frac{c}{a}$$

ou

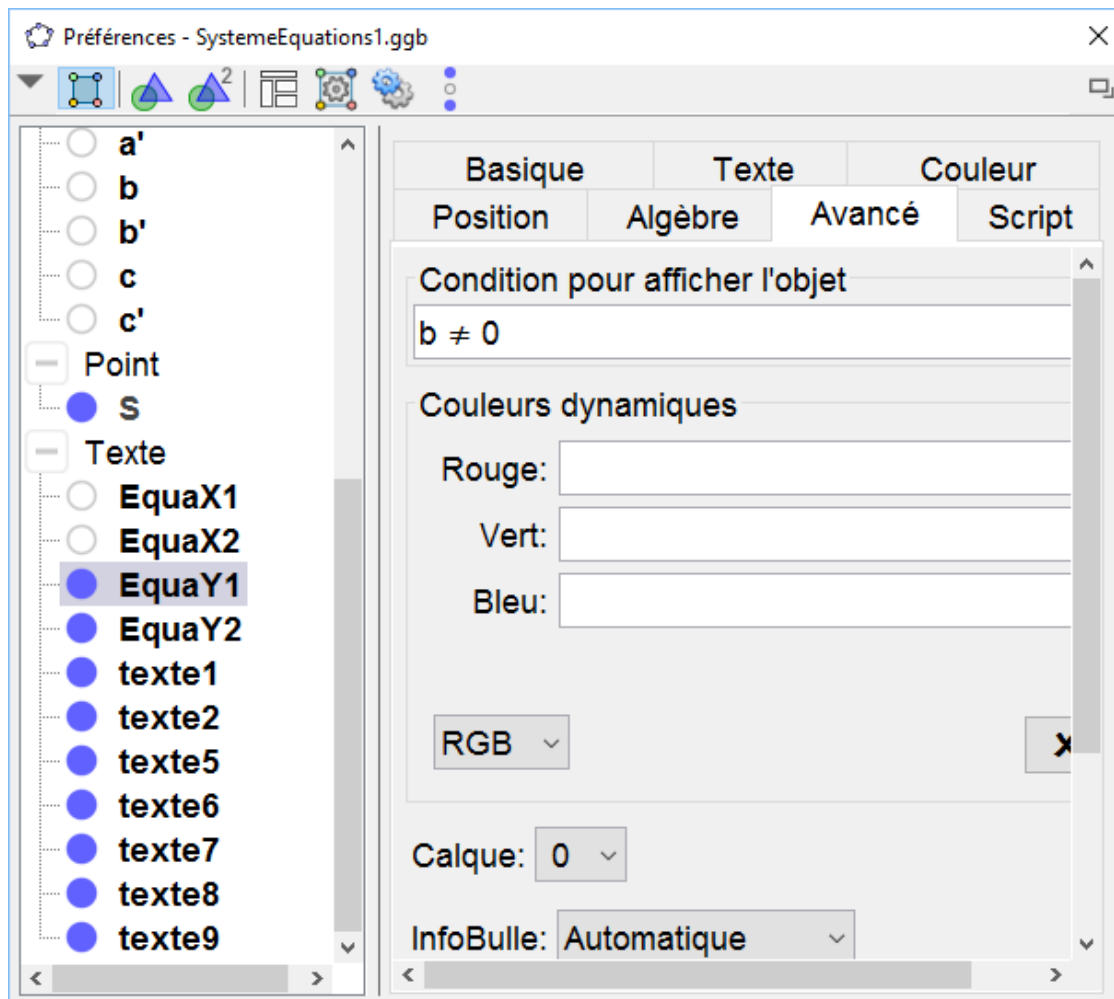
$$x = \frac{c'}{a'}$$

- Rouvrir la vue « Calcul formel » et taper dans les lignes 16 et 17 :
Résoudre[d1,x] et **Elément[\$16,1]**
- Taper dans les lignes 18 et 19 : **Résoudre[d2,x]** et **Elément[\$18,1]**

16	Résoudre[d1, x] <input type="radio"/> → $\left\{ x = -\frac{1}{2} y + \frac{1}{2} \right\}$
17	Elément[\$16,1] <input type="radio"/> → $x = -\frac{1}{2} y + \frac{1}{2}$
18	Résoudre[d2,x] <input type="radio"/> → $\left\{ x = \frac{3}{2} y + \frac{5}{2} \right\}$
19	Elément[\$18,1] <input type="radio"/> → $x = \frac{3}{2} y + \frac{5}{2}$

Nous devons maintenant afficher dans le deuxième système d'équations, les équations en y si les coefficients b ou b' sont différents de 0 et les équations en x si les coefficients b ou b' sont égaux à 0.

- Tirer dans la fenêtre graphique 2, les équations en x, des lignes 17 et 19.
- Fermer la vue Calcul formel
- Sélectionner le texte correspondant à l'équation en y, de d1 et renommer ce texte « EquaY1 ».
- Sélectionner le texte correspondant à l'équation en y, de d2 et renommer ce texte « EquaY2 ».
- Sélectionner le texte correspondant à l'équation en x, de d1 et renommer ce texte « EquaX1 ».
- Sélectionner le texte correspondant à l'équation en x, de d2 et renommer ce texte « EquaX2 ».
- Dans les propriétés de EquaY1 onglet Avancé, taper dans « Condition pour afficher l'objet » : $b \neq 0$



- Dans les propriétés de EquaY2 onglet Avancé, taper dans « Condition pour afficher l'objet » : $b' \neq 0$
- Dans les propriétés de EquaX1 onglet Avancé, taper dans « Condition pour afficher l'objet » : $b = 0$
- Dans les propriétés de EquaX2 onglet Avancé, taper dans « Condition pour afficher l'objet » : $b' = 0$
- Mettre le coefficient b à 0 et positionner correctement dans la vue Graphique 2, l'équation en x de $d1$.

a=2	a'=1	Résolution du système d'équations :		Solution
b=0	b'=1	$x = 0.5$	\Rightarrow	$x = \frac{1}{2}$
c=1	c'=1	$x + y = 1$		$y = \frac{1}{2}$
				$y = -x + 1$

- Mettre le coefficient b' à 0 et positionner correctement dans la vue Graphique 2 l'équation en x de d2.

a=2	a'=1	Résolution du système d'équations :		Solution
b=-1	b'=0	$2x - y = 1$	\Rightarrow	$x = 1$
c=1	c'=1	$x = 1$		$y = 1$
				$y = 2x - 1$
				$x = 1$

- Lorsque le système n'a pas de solution, des ? s'affichent sous le texte solution (les deux droites sont parallèles)

The screenshot shows the 'SystemeEquations1.ggb' application. The 'Graphique 2' window displays the following system of equations:

a=2	a'=-2	Résolution du système d'équations :		Solution
b=-1	b'=1	$2x - y = 1$	\Rightarrow	?
c=1	c'=1	$-2x + y = 1$?
				$y = 2x - 1$
				$y = 2x + 1$

The 'Graphique' window shows a coordinate grid with two parallel lines: a blue line labeled 'd2' and an orange line labeled 'd1'. The x-axis ranges from -4 to 15, and the y-axis ranges from -4 to 3.

- Pour que l'affichage des textes dans Graphique 2, soit plus « mathématique », il suffit de choisir pour chaque texte, la police « Sérif » dans l'onglet Texte des propriétés.

